Lycée Kheniss	Devoir de contrôle N°2	
	Mathématiques Durée : 2h	4 ^{ème} Sc1

EXERCICE N°1 (10pts)

L'espace est rapporté à un repère orthonormé $(o,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$, on considère les points A(6, 0, 0) B(0, 6, 0) ; C(0, 0, 6) et D(-2, -2, -2)

1) a) Montrer que les points A, B et C ne sont pas alignés.

b) On note P le plan (ABC). Déterminer une équation cartésienne du plan P.

Dans la suite on prendra P : X + Y + Z – 6 = 0.

c) Vérifier que la droite (OD) est perpendiculaire au plan P.

d) Donner une équation paramétrique de la droite (OD).

e) Soit H le projeté orthogonale de O sur P.

Déterminer les coordonnées de H et montrer que HA = HB = HC

f) En déduire que (OD) est l'axe du cercle circonscrit au triangle ABC.

2) Soit Q le plan médiateur du segment [CD]

a) Donner une équation cartésienne de Q.

b) Montrer que la droite (OD) coupe Q en un oint I dont on déterminera les coordonnées

3) Soit S la sphère d'équation : $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 2z - 24 = 0$.

a) Déterminer le centre et le rayon de la sphère S.

b) Vérifier que les points A, B, C et D appartiennent à S.

c) Déterminer l'intersection de S et P.

EXERCICE N°2 (10pts)

I) Soit g la fonction définie sur $]0, +\infty[$ par : $g(x) = x + (x-2)\,\text{Ln}x$.

1) a) Montrer que $g'(x) = 2\,\frac{x-1}{x} + \text{Ln}x$.

b) En déduire que : si $x > 1$ alors $g'(x) > 0$ et

si $0 < x < 1$ alors $g'(x) < 0$.

2) a) Etudier les variations de g.

b) En déduire que, pour tout réel x strictement positif, on a : $g(x) \geq 1$.

II) Soit f la fonction définie sur $]0, +\infty[$ par : $f(x) = 1 + x\,\text{Ln}x - (\text{Ln}x)^2$.

1) a) Vérifier que $f'(x) = \frac{g(x)}{x}$ et étudier les variations de f.

b) En déduire que f admet une fonction réciproque f^{-1} définie sur un intervalle J que l'on précisera.

2) Soit (C) la courbe représentative de f dans un plan rapporté à un repère orthonormé. (Unité : 2cm)

a) Ecrire une équation de la tangente (T) à la courbe (C) au point d'abscisse 1.

b) Etudier le sens de variation de la fonction h définie sur $]0, +\infty[$ par :

$h(x) = x - 1 - \text{Ln}x$

En déduire le signe de h(x).

c) Montrer que $f(x) - x = h(x)\,(-1 + \text{Ln}x)$

En déduire la position de la courbe (C) par rapport à sa tangente (T).

3) a) Tracer la courbe (C).

b) Tracer dans le même repère la courbe (C') de f^{-1}